

מודלים חישוביים, סמסטר ב' התשס"ט

תרגיל 5

להגשה עד 11 ביוני*

- שימוש במשפט Rice כדי להראות ששפה L_0 של קידודי מ"ט אינה כריעה מציב שני תנאים על L_0 :
אי-טריוויאליות קיימות מ"ט M_1, M_2 כך ש- $\langle M_1 \rangle \in L_0$ ו- $\langle M_2 \rangle \notin L_0$.
סמנטיות לכל זוג מ"ט M_1, M_2 עבורן $L(M_1) = L(M_2)$ מתקיים $\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle \in L_0$ או $\langle M_1 \rangle, \langle M_2 \rangle \notin L_0$.
הראו ששני התנאים הכרחיים, כלומר שקיימות שפות כריעות המקיימות כל אחד מהתנאים בנפרד.
- לכל אחת מהשפות הבאות קבעו האם היא ב- \mathcal{R} , ב- $\mathcal{R} \setminus \mathcal{RE}$, ב- $\mathcal{co-RE} \setminus \mathcal{R}$ או באף אחת מהמחלקות הללו. הוכיחו את קביעותיכם.
(א) $L_1 = \{\langle M \rangle : M \text{ halts on every input of length at most } 2009 \text{ in less than } 2009 \text{ steps}\}$
(ב) $L_2 = \{\langle M \rangle : M \text{ accepts } w^R \text{ wherever it accepts } w\}$
(ג) $L_3 = \{\langle M \rangle : \text{for all inputs } x, M\text{'s run does not reach position } |x| + 6 \text{ on its tape}\}$
- נגדיר $L_4 = \{\langle M \rangle : L(M) \in \mathcal{C}\}$ עבור $\mathcal{C} \subseteq \mathcal{RE}$ כלשהי. ידוע כי $\langle M^\perp \rangle \notin L$ כאשר M^\perp היא מכונת הטורינג שלעולם לא עוצרת. האם ייתכן כי $L_4 \in \mathcal{R}$? $L_4 \in \mathcal{RE} \setminus \mathcal{R}$? $L_4 \in \mathcal{co-RE} \setminus \mathcal{R}$? $L_4 \in \mathcal{co-RE} \cup \mathcal{RE}$? הוכיחו את קביעותכם.
- האם הבעיה הבאה כריעה?
קלט: זוג דקדוקים G_1, G_2 .
שאלה: האם $L(G_1) = L(G_2)$?
- תהייה $L_1, L_2 \in \mathcal{RE}$ שפות מעל הא"ב $\Sigma = \{0, 1\}$ המקיימות $L_1 \cup L_2 = \Sigma^*$ ו- $L_1 \cap L_2 \neq \emptyset$. הראו כי $L_1 \leq_m L_2$.
- הוכיחו כי $\mathcal{NP} = \mathcal{co-NP}$ אם ורק אם $\mathcal{NPC} \cap \mathcal{co-NP} \neq \emptyset$.
- הוכיחו כי $H_{TM} \in \mathcal{NP-hard}$. האם $H_{TM} \in \mathcal{NPC}$?
- עבור כל אחת מהבעיות הבאות, קבעו האם הבעיה ב- \mathcal{P} או ב- \mathcal{NPC} . הוכיחו את קביעותיכם.
(א) **קלט:** גרף לא מכוון $G = (V, E)$.
שאלה: האם יש ב- G קבוצה ב"ת בגודל לפחות 2009?
(ב) **קלט:** גרף לא מכוון $G = (V, E)$.
שאלה: האם יש ב- G קליק בגודל לפחות חצי ממספר הצמתים?
(ג) **קלט:** נוסחת 3-CNF ϕ .
שאלה: האם יש לפחות 2009 השמות מספקות ל- ϕ ?
(ד) **קלט:** נוסחת 3-CNF ϕ .
שאלה: האם יש השמה המספקת לפחות חצי מהסגרי ϕ ?
(ה) **קלט:** גרף לא מכוון $G = (V, E)$ ומספר שלם k .
שאלה: האם יש ל- G עץ פורש¹ בו כל צומת מדרגה לכל היותר k ?
(ו) **קלט:** גרף לא מכוון $G = (V, E)$ ומספר שלם k .
שאלה: האם יש ל- G עץ פורש בו קיים צומת מדרגה לכל הפחות k ?
(ז) **קלט:** קבוצת מספרים טבעיים $\{x_1, \dots, x_n\}$.
שאלה: האם ניתן לחלק את המספרים לשתי קבוצות שסכומן שווה?

*לבחירתכם, הגישו את התרגיל בתירגול או לתא של אחד המתרגלים. בכל מקרה, הגישו לא יאוחר מהשעה שש בערב. ¹עבור $E' \subseteq E$ הגרף $H = (V, E')$ הוא עץ פורש של G אם הוא קשיר וחסר מעגלים.