

שתי הערות בעקבות ההרצאה :

1. **טענה:** נגדיר את D_t להיות כמו אוטומט D אך המכיל t רגיסטרים (במקום k). אזי,

$$L(D_{t+1}) \subseteq L(D_t)$$

הוכחה: נפרק את הטענה לשתי למות:

למה 1: (כפי שנטען בהרצאה) נראה כי כל עוד הרגיסטר t (הרגיסטר השמאלי ביותר) באוטומט D_{t+1} ריק ולא מתמלא בעקבות האות המתקבלת, וכן כל עוד אוטומט D_t אינו מקבל, אזי המעברים ב- D_{t+1} שקולים לאלה ב- D_t (כלומר בכל אות המתקבלת, t הרגיסטרים הראשונים במצב אליו נעבור באוטומט D_{t+1} יהיו זהים לאלה במצב אליו נעבור באוטומט D_t).

הוכחת למה 1: נוכיח באינדוקציה על המספר הסידורי של האות בקלט. כאשר הקלט ריק, שני האוטומטים במצב ההתחלתי הריק, ולכן התנאי מתקיים. נניח כי קלטנו כבר l אותיות, ו- t הרגיסטרים הראשונים באוטומט D_{t+1} זהים לאלה באוטומט D_t ואילו הרגיסטר השמאלי ב- D_{t+1} עדיין ריק. אזי בהיכנס אות a , השיקולים בשני הרגיסטרים יהיו זהים היות ואותם ערכים מופיעים באותם רגיסטרים שאינם ריקים, אלא אם כן D_t מקבל ו/או הרגיסטר ה- t באוטומט D_{t+1} מתמלא.

למה 2: הרגיסטר ה- t באוטומט D_{t+1} מתמלא רק כאשר אוטומט D_t מקבל.

הוכחת למה 2: אכן, עפ"י המעברים, ניתן למלא רגיסטר ריק, אשר אין משמאלו רגיסטר מלא, רק ע"י מעבר C . מכאן, רגיסטר t באוטומט D_{t+1} יתמלא רק אם כל t הרגיסטרים הימניים יהיו בעלי ערך זוגי ובתנאי שנכנסת אות זוגית, אך הדבר מתרחש אם"ם אוטומט D_t מקבל. ■

2. לגבי למה 3.6 בספר (למה 7 במצגת). בספר נדרש:

For each of these words, choose the position which achieves the maximal rank.

אם נסתכל על קבוצת הצמתים משמאל (או מימין) לערך מקסימלי בכל מילה עם מקסימום זוגי, ייתכן כי הלולאה שתיבחר על ידי "שובך היונים" היא אי זוגית. דבר זה עשוי להתרחש אם הלולאה כולה נמצאת בתוך TAIL בו לא דרשנו מונוטוניות בין ערכי המקסימום. למשל, אם ב-TAIL מסוים נמצאות המילים | 56 | 4221 | והצומת שחוזר נמצא בין ערכי מקסימום אלה: | 56 | 4221 | v , אזי הלולאה היא דווקא אי זוגית. לפיכך, נבחר דווקא את הצמתים שיוצרים את החלוקה למילים שהוגדרו באינווריאנטה.